ГЕОМЕТРИЧЕН ПОДХОД ЗА ИЗБОР НА СЦЕНАРИИ

Н.с. Николай Живков [69]

Постановката на задачата, която разглеждаме, е следната: Зададена ни е съвкупност **L** от **n** сценарии, $\mathbf{L = \{S_1, S_2, \ldots, S_n\}}$, от които следва да изберем подсъвкупност, състояща се от k сценария, която да представя всичките n сценарии. За решаването ѝ е необходимо формализирано представяне на сценариите. Идеята, предложена ми от доцент Тодор Тагарев в е-мейл кореспонденция, е следната: Присвояваме параметри на сценариите, които ги характеризират и които се съотнасят към всички сценарии, независимо от това, че при някои от сценариите те могат да приемат нулеви стойности. Параметрите интерпретираме като координати на сценариите, а самите сценарии като елементи от едно векторно пространство **V**. Дефинираме функция разстояние **d** в това пространство, което освен като абстрактна мяра на различие между сценариите може да бъде интерпретирано и по различни повече или по-малко абстрактни критерии, като например полезност, необходимост, значимост и прочие.

В зависимост от това, как интерпретираме различията между сценариите, определяме както параметрите с техните мерни единици, така и самата функция разстояние, което означава, че при различни интерпретации можем да боравим както с различни набори от параметри така и с различни функции за разстояние, т.е. сценариите можем да „потапяме" в различни векторни пространства.

Параметри. Предполагаме, че параметрите са измерими. Изборът им, мерните единици, с които те се описват, както и интервалите, в които те се изменят, зависят в крайна сметка от предназначенито на модела. Смятаме за целесъобразно параметрите на сценариите да бъдат групирани. Причини за това са удобството при боравене с тях, това че те могат по естествен начин да бъдат групирани и структурирани, както и това, че някои от параметрите могат да приемат дискретни или логически стойности, докато други да се изменят непрекъснато. Допускаме възможността групите на параметрите да се представят като подпространства на пространството **V**, които да имат свои собствени метрики. По този начин основното пространство **V** разглеждаме като декартово произведение на подпространствата от групите параметри. Друга причина за такова или за такива представяния може да е наличието на зависимости между някои от параметрите.

Примерни групи на параметри. По-долу изброяваме примерни групи от параметри, като уточняваме, че както изборът им, така и структурирането им (ако е необходимо такова) са обект на експертна дейност и са обусловени от целта на модела (или на моделите):

➢ **способности**

Това е основната група от параметри при модели за планиране на структурата на въоръжените сили. Предполагаме, че разполагаме със списък на всички необходими способности, които могат да бъдат измервани (или логически детерминирани, ако приемем, че само логически стойности са мяра за някои от тях). На всеки сценарий съпоставяме изискуемите по него способности заедно с техните количества.

С тази основна група от параметри можем и да се ограничем при моделирането, освен ако не допускаме, че списъкът им би бил непълен след определен период от време или дори, ако търсим по-комплексно изобразяване на сценариите. Тогава можем да привлечем и други параметри:

➢ **финансови**

Тук могат да бъдат привлечени различни финансови параметри по сценариите, като например парични загуби, ако събитията по даден сценарий се осъществят, долна и горна граница на тези загуби. Също така колко средства биха били необходими за възстановяване, какви средства ще са необходими за своевременно прогнозиране и отреагиране на неблагоприятните събития и др.

[69] Н.с. Николай Живков е изслезовел в секция „Изследване на операциите" към Института по математика и информатика на Българската академия на науките.

➢ **икономически**

Параметрите в тази група могат да бъдат обединени и с по-горната. Тук могат да се поставят например и макроикономически показатели.

➢ **политически**

Влияния на събитията по даден сценарий. В тази група могат да бъдат дефинирани и параметри, които приемат дискретни или логически стойности.

➢ **човешки ресурси**

Параметри, определящи човешки животи, здраве, трудоспособност и др.

➢ **психологически**

Влияние върху психологията на обществото. Параметрите от тази група могат да бъдат обединени и с някоя от по-горните две.

➢ **географски**

Например географски координати на основни по сценария събития, терен, релеф, климат и пр.

➢ **среда**

Описания на средата (среда на събитията може да бъде и кибернетично пространство например).

➢ **вероятностни**

Група параметри, касаещи вероятността за сбъдване на сценария, прогнозируемостта, възможни рискови последствия и др.

➢ **времеви**

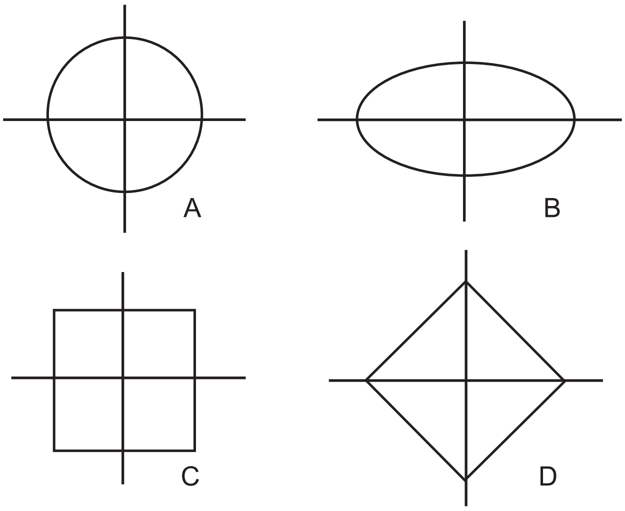
Описания на времевия интервал, наличие или отсъствие на периодичност и др.

Пространство на сценариите. След като са ни зададени параметрите заедно с техните мерни единици, идентифицираме сценариите с елементи на векторно пространство **V**, т.е. сценарий S представяме $\mathbf{S=(x_1,x_2,\ldots,x_m)}$, където $\mathbf{x_j,\ j=1,2,\ldots m}$, са параметри. Параметрите се измерват спрямо координатните оси на пространството **V**, чиято размерност е равна на броя на параметрите, т.е. на m. В това пространство дефинираме функция разстояние по следния начин: Ако **S** и **T** са два сценария със съответните им параметри, $\mathbf{S=(x_1,x_2,\ldots,x_m)}$, $\mathbf{T=(y_1,y_2,\ldots,y_m)}$, то разстоянието между тях е

$$\mathbf{d(S,T) = (\sum w_j|x_j-y_j|^p)^{1/r}\ ,\ w_j > 0\ ,\ j = 1,2,\ldots m.}$$

В горната формула коефициентите $\mathbf{w_j >0,\ j=1,2,\ldots m}$ са тегла. Поставянето на тегла е целесъобразно предвид на това, че различните параметри имат различни мерни скали и мащаби и чрез теглата съпоставяме параметрите един спрямо друг. Другояче казано и интерпретирано, чрез теглата можем да даваме по-голяма или по-малка значимост на всеки параметър.

Формулата за разстоянието е обща. За конкретни цели е необходим избор на параметрите **p** и **r**. Изборът на тези два параметъра определя геометрията на пространството, която показва в нашия случай дали присвояваме по-голямо значение (разстояние) на сценарии, при които имаме наличие на големи стойности на два или повече параметъра, или значението (разстоянието) се влияе предимно от най-голямата стойност на някои от параметрите. Това ще бъде илюстрирано чрез абстрактни примери. При **p** и **r**, равни на 2, формулата за разстоянието ни дава познатото евклидово разстояние (при него теглата са равни на **1**), което равнопоставя всички направления. При **p** и **r**, равни на 1, получаваме ромбоидна метрика (наричана от икономистите Манхатън метрика), а при **p** и **r**, равни на ∞ (безкрайност), получаваме квадратна метрика. При ромбоидната метрика надценяваме направления, които са суми от направления на параметрите, докато при квадратната метрика разстоянието се определя от стойността на най-големия параметър. Такава е метриката на шахматната дъска например. Графическите илюстрации показват формата на сферата при различните метрики. По координатните оси се нанасят стойностите на параметрите, това могат да са количества способности, примерно по хоризонталата количествата от способност **X**, а по вертикала количества от способност **Y**.



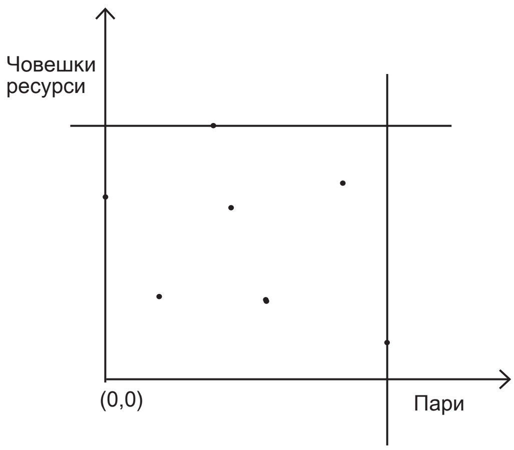
A. Евклидово разстояние (равнопоставеност на всички направления).
B. Претеглено евклидово разстояние (близки до вертикалното се фаворизират).
C. Квадратна метрика (стойност на най-големия параметър).
D. Ромбоидно разстояние (с най-голямо тегло са сумите на параметрите).

Формулата за разстоянието е приспособима за различни цели, но това не е единственият възможен избор. При работа с булеви (логически) параметри е възможно използване на разстояние по Хеминг, което мери броя на несъвпадащите по стойност координати. Изборът на разстоянието (в частност на параметрите и теглата му) е в зависимост от това, какво възнамеряваме да измерваме с него.

Описание на множеството от сценариите. След като сме представили сценариите като елементи от векторно пространство, някои техни характеристики могат да бъдат представяни и изобразявани геометрично. Ще споменем за следните:

Център на тежестта. Това е абстрактен сценарий, показващ какви са параметрите на един средностатистически сценарий. Ако S_i са сценариите, тегловият им център е $\mathbf{S_c = (1/n) \sum S_i}$.

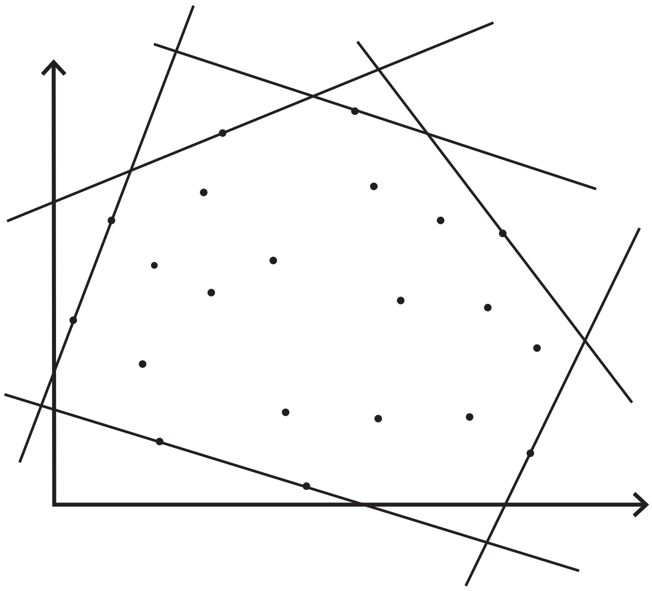
Максимални по параметри. На абстрактния пример по-долу параметри са пари и човешки ресурс. Графично е илюстрирано определянето на максималните по параметри сценарии. Измежду тях този с най-голяма стойност по някой от параметрите е на максимално разстояние, мерено в квадратната метрика.



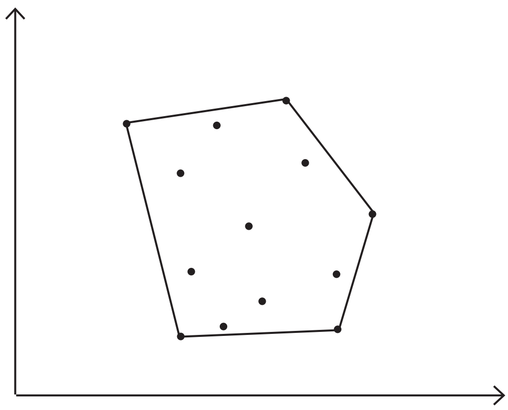
Методи за избор на сценарии. Ще се спрем на следните:
- Максимални по избрани направления
- Изпъкнала обвивка и екстремни точки
- Клъстъри
- Равномерни приближения

Първите два метода могат да бъдат използвани повече за анализи и в качеството си на описващи множеството от сценарии, отколкото даващи точен отговор на задачата за избор на **k** от **n** сценария. При тях не се използва метриката на пространството **V.**

Целта на първия подход е да намерим максималните сценарии по избрани от потребителя направления, които могат да бъдат различни претеглени комбинации от параметри. По такъв начин „ограждаме“ множеството на сценариите от многостен, чиито стени имат за нормали избраните направления (например „способност 1“ + „способност 2“, (½) „способност 3“ + 2 „способност 4“ + 2 „способност 5“ или други – примерът е съвсем условен). Следва абстрактна графична илюстрация на двумерни сценарии.



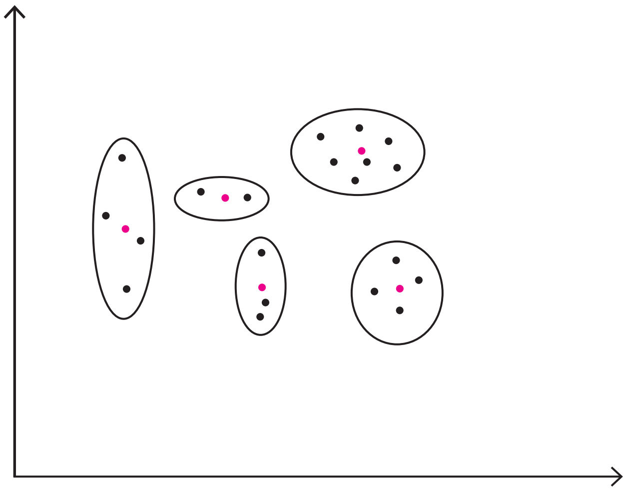
При втория подход намираме изпъкналата обвивка на множеството от сценариите и на нея определяме екстремните ѝ точки, това са върховете на m-мерен многостен (политоп). Така всеки сценарий може да бъде представен алгебрично като изпъкнала комбинация на екстремните (по изпъкналата обвивка сценарии.) Схемата по-долу дава графична илюстрация:



Предимство на двата подхода е, че са лесно програмируеми на компютър и решенията се намерат бързо. Недостатък е, че не знаем предварително какъв ще е броят на опорните сценарии за първия подход и на екстремните сценарии при втория подход.

Следващите два метода използват съществено разстоянието **d** и намираните решения зависят от изборат му. Картинката по-долу илюстрира клъстърния метод. Този метод е широко разпространен в най-различни области. Известни са и множество алгоритми за него. В задачата, която разглеждаме, използваме критерий близост по разстоянието

d и така групираме сценариите. Променяйки прага на близост за два сценария, можем да групираме сценариите в **k** клъстъра, след което във всеки клъстър намираме центъра на тежестта му и спрямо него търсим най-близък в клъстъра сценарий. Задачата, чието практическо решение търсим, е решима компютърно с този метод предвид на неголемия предполагаем брой на сценариите.



На схемата клъстърите са оградени с овални криви, а червените точки са центрове на тежестта им. Като недостатък при този метод е възможно намереното решение, т.е. селектираните сценарии, да не представя равномерно всички сценарии.

Последният от предлаганите методи използва равномерното хаусдорфово разстояние между множества, което е породено от дефинираното разстояние **d**. Това е комбинаторна апроксимационна задача за намиране на най-близкото по Хаусдорф подмножество от **k** сценария спрямо цялото множество **L** от сценарии.

Задачата, която предстои да бъде решена, не е полиномиална, но независимо от това за нея има алгоритми, които компютърно я решават. Възможни са различни подходи и алгоритми за решаването им, като дискретизиране на разстоянието **d** или използване на методи от типа граници и разклонения.

В заключение ще отбележим, че основното предизвикателство при използване на предлагания подход за задачата за сценариите би бил във формализирането на сценариите, избора на параметри, които ги представят заедно с техните мерки, и определянето на тегла на тези параметри.